

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ  
ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΘΕΜΑ Α:**

**A1.** Αν  $a > 0$  με  $a \neq 1$ , να αποδείξετε ότι για κάθε  $\theta > 0$  και  $k \in \mathbb{R}$  ισχύει:  
 $\log_a \theta^k = k \cdot \log_a \theta$ .

**Μονάδες 8**

**A2.** Να δώσετε τις προϋποθέσεις που πρέπει να ισχύουν ώστε δυο πολυώνυμα  $P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$  και  $Q(x) = \beta_n x^n + \beta_{n-1} x^{n-1} + \dots + \beta_1 x + \beta_0$  να είναι ίσα μεταξύ τους.

**Μονάδες 7**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετραδιά σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

- i. Ισχύει  $\log x^k = k \log x$ , για  $x, k \in \mathbb{R}$ .
- ii. Ο σταθερός όρος του πολυώνυμου  $P(x) = (x-1)^2 + x + 2$  είναι 2.
- iii. Το  $\pi$  είναι ρίζα της εξίσωσης  $\sin x + 1 = \eta \mu 2x$ .
- iv. Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει  $(\frac{1}{3})^x < 3^x$ .
- v. Ισχύει  $5 = \ln e^5$ .

**Μονάδες 2x5**

**ΘΕΜΑ Β:**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = (1 - \frac{2}{a})^x$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να βρείτε τις τιμές του  $a \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η  $f$  ορίζεται σε όλο το  $\mathbb{R}$ .

**Μονάδες 10**

**B2.** Για ποιες από τις παραπάνω τιμές που θα βρείτε η συνάρτηση  $f$  είναι: α) γνησίως αύξουσα, β) γνησίως φθίνουσα.

**Μονάδες 8**

**B3.** Για  $a=3$  να λύσετε την εξίσωση  $f(2x) + f(x) - 2 = 0$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Γ:**

Δίνεται το πολυώνυμο  $q(x) = x^4 - 5x^3 + ax + \beta$ , που διαιρείται ακριβώς με  $x^2 + x + 1$ .

**Γ1.** Δείξτε ότι:  $a = -1$  και  $\beta = 5$

**Μονάδες 8**

**Γ2.** Λύστε τις εξισώσεις:  $q(x) = 0$  και  $q(2\sin x + 2) = 0$

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Βρείτε τα διαστήματα  $x$  στα οποία η γραφική παράσταση του  $q(x)$  βρίσκεται κάτω από τον άξονα  $x'x$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ:**

**Δ1.** Να λύσετε την εξίσωση  $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0$

**Μονάδες 8**

**Δ2.** Να λύσετε την εξίσωση  $2\ln x + \ln(-2x+7) = \ln(7x-2)$  για τις τιμές του  $x$  που έχει νόημα.

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Να λύσετε την εξίσωση:

$$f(2\eta\mu^3 x) = \frac{f(2-7\eta\mu x)}{f(-7\eta\mu^2 x)}$$

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Ε: προαιρετικό!**

Δίνονται οι συναρτήσεις:  $g(x) = a \ln x$ ,  $a \neq 0$  και  $f(x) = \frac{\beta \cdot \kappa}{\ln(3^x + 2)}$  με

$$\kappa > \ln \sqrt{2}, \beta \neq 0.$$

**E1.** Να βρείτε τα πεδία ορισμού των  $f, g$ .

**E2.** Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης  $(2x^3 - x^2 + x - 2) : (x - 1)$  είναι το πολυώνυμο

$$v(x) = [g(a) - g(\beta)] \cdot x + \frac{f(a)}{\kappa} - \frac{\beta}{\ln 5}$$
 βρείτε τα  $a, \beta$ .

**E3.** Να λυθεί η ανίσωση:  $f(\log_3 e^{2\kappa}) < 1$  για τα  $a, \beta$  του ερωτήματος (E2).

**E4.** Αν το  $g\left(\frac{1}{e}\right)$  είναι μια ρίζα της εξίσωσης:

$$4x^3 + (4 - g(16))x^2 + (4\kappa^2 - g(16))x + 4\kappa^2 + g(2a) - g(2) - g(a) = 0$$
 να λυθεί η εξίσωση.

**Μονάδες 4x1**